

**Межрегиональная олимпиада школьников на базе
ведомственных образовательных учреждений по физике**

2009/2010 учебный год

11 класс

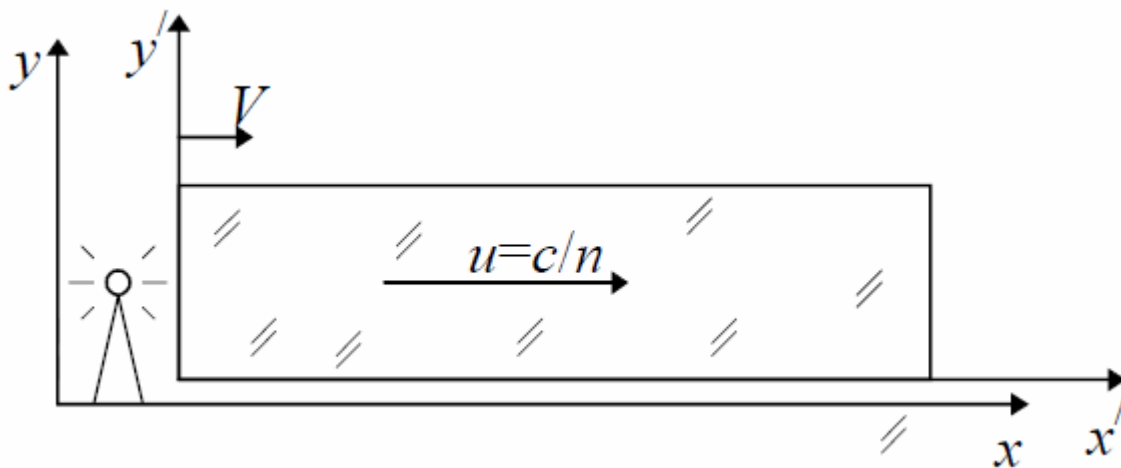
Задача 1 (СТО, закон сложения скоростей)

Скорость света в неподвижном веществе равна $u = c/n$, где c — скорость света в вакууме, n — абсолютный показатель преломления вещества. Найти скорость света u_1 в веществе, движущемся равномерно со скоростью V относительно источника света так, что вещество удаляется от источника.

Ответ:

$$u_1 = \frac{V + c/n}{1 + \frac{V}{nc}}$$

Решение



Свяжем K - систему отсчета Oxy с неподвижным источником света, а K' - систему отсчета $O'x'y'$ - с движущимся веществом (см. рис. выше). В K' - системе отсчета вещество неподвижно, поэтому скорость света в веществе в K' -системе равна $u = c/n$. По релятивистскому закону сложения скоростей скорость тела v_x в неподвижной K - системе отсчета

<http://v-olymp.ru/>

выражается через его скорость v'_x в K' - системе отсчета, движущейся со скоростью V_x в положительном направлении оси x , следующим соотношением:

$$v_x = \frac{V_x + v'_x}{1 + \frac{v'_x V_x}{c^2}}$$

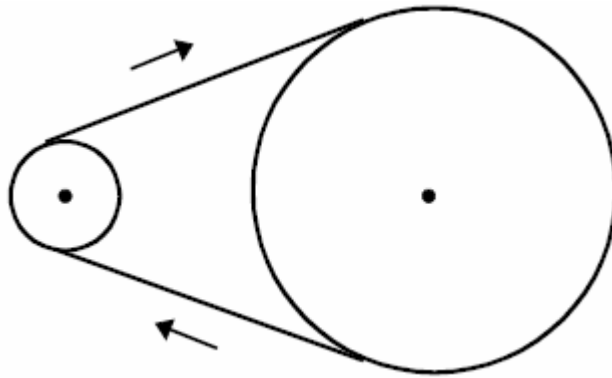
В условиях рассматриваемой задачи скорость v_x — это скорость света u_1 в движущемся веществе, измеряемая в неподвижной K - системе отсчета ($v_x = u_1$); v'_x - скорость света u в веществе, измеряемая в K' - системе отсчета ($v'_x = u = c/n$), $V_x = V$ - скорость K' - системы относительно K - системы.

Итак:

$$u_1 = \frac{V_x + u}{1 + \frac{uV_x}{c^2}} = \frac{V + c/n}{1 + \frac{V}{nc}}.$$

Задача 2 (кинематика твердого тела, вращение вокруг неподвижной оси)

Два шкива соединены ременной передачей, передающей вращение от одного шкива к другому (см. рис.). Ведущий шкив вращается с частотой $\nu_1 = 3000$ об/мин, ведомый шкив — с частотой $\nu_2 = 600$ об/мин. Ведомый шкив имеет диаметр $D_2 = 500$ мм. Какой диаметр D_1 имеет ведущий шкив?



Ответ: $D_1 = v_2 D_2 / v_1 = 100$ мм.

Решение

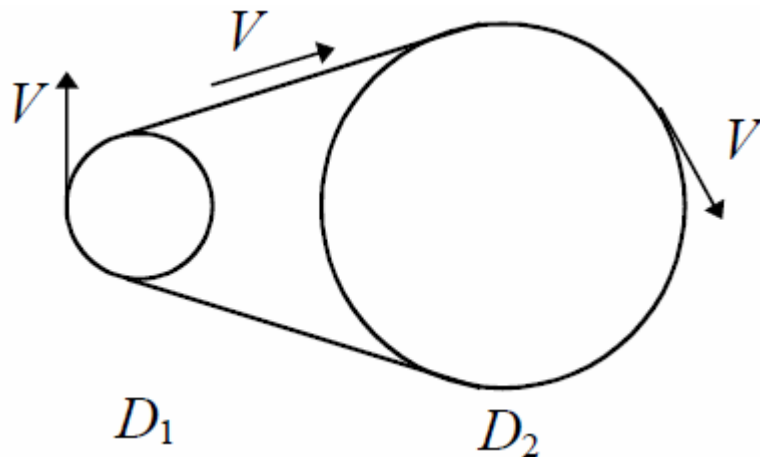
Модуль скорости V приводного ремня равен линейной скорости точек, лежащих на краю (на окружности) того и другого шкива (см. рис.). Выразим скорость V через угловые скорости ведущего шкива $\omega_1 = 2\pi v_1$ и ведомого шкива $\omega_2 = 2\pi v_2$ и через их диаметры:

$$V = \omega_1 D_1 / 2 = \omega_2 D_2 / 2,$$

$$2\pi v_1 D_1 / 2 = 2\pi v_2 D_2 / 2.$$

Отсюда найдем D_1 :

$$D_1 = v_2 D_2 / v_1 = 100 \text{ мм}$$



Задача 3 (ЗСИ)

С лодки массой $M=200$ кг, движущейся со скоростью $V=1$ м/с, ныряет мальчик массой $m=50$ кг, первоначально двигаясь в горизонтальном направлении. Какой станет скорость лодки V_2 после прыжка мальчика, если он прыгает с кормы со скоростью $V_1 = 4$ м/с в направлении, противоположном направлению движения лодки?

Ответ: $V_2 = V + m(V + V_1) / M = 2,25$ м/с.

Решение

Можно считать, что в момент прыжка сумма всех внешних сил, действующих на систему тел лодка – мальчик, равна нулю. Тогда закон сохранения импульса выполняется в векторной форме.

Применим закон сохранения импульса в проекции на направление движения лодки:

$$(M + m)V = MV_2 - mV_1.$$

Отсюда:

$$V_2 = V + m(V + V_1) / M = 2,25 \text{ м/с.}$$

Задача 4 (законы идеального газа)

При каждом ходе поршневой насос захватывает $V_0 = 20$ л воздуха при нормальных условиях ($P_0 = 1$ атм, $T_0 = 273$ К) и нагнетает его в резервуар объемом $V = 2$ м³. Температура газа в резервуаре поддерживается равной $T = 300$ К. Сколько ходов n должен сделать поршень насоса, чтобы повысить давление в резервуаре от $P_0 = 1$ атм до $P = 8$ атм?

Ответ:

<http://v-olymp.ru/>

$$n = \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right) \frac{VT_0}{V_0T} = 637$$

Решение

Обозначим через ν_1 (моль) начальное количество воздуха в резервуаре, через ν_2 (моль) - количество воздуха, закачанного в резервуар насосом.

Уравнение Клапейрона — Менделеева для начальной порции воздуха в резервуаре:

$$P_0V = \nu_1RT.$$

Уравнение Клапейрона — Менделеева для всего находящегося при нормальных условиях воздуха, закачанного в резервуар насосом:

$$P_0nV_0 = \nu_2RT_0.$$

Уравнение Клапейрона — Менделеева для воздуха в резервуаре в конечном состоянии (после завершения закачки):

$$PV = (\nu_1 + \nu_2)RT.$$

Выразив величины ν_1 и ν_2 из первых двух уравнений и подставив в третье, получим:

$$P_0V / (RT) + P_0nV_0 / (RT_0) = PV / (RT).$$

Отсюда найдем число качаний n :

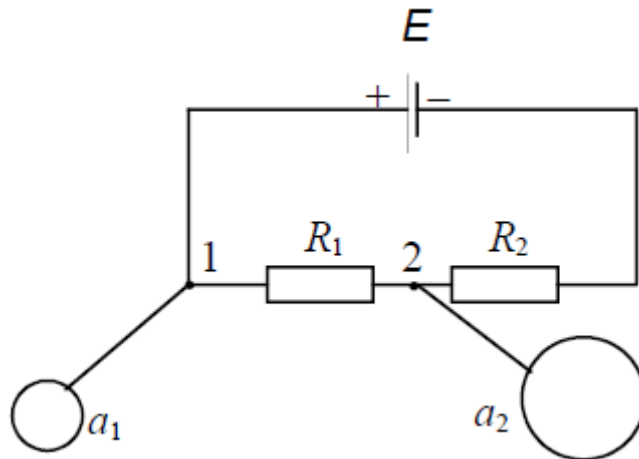
$$n = \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right) \frac{VT_0}{V_0T} = 637.$$

Задача 5 (электростатика)

К точкам 1 и 2 электрической цепи, состоящей из источника тока с ЭДС E и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2 (см. рис.), длинными тонкими проводниками подсоединили первоначально незаряженные металлические шары с

<http://v-olymp.ru/>

радиусами a_1 и a_2 соответственно. Найти заряды Q_1 и Q_2 , установившиеся на каждом из шаров. Расстояние между шарами много больше их размеров, заряд на самой электрической цепи и соединительных проводниках пренебрежимо мал.



Ответ: $Q_1 = -Q_2 = 4\pi\epsilon_0 a_1 a_2 R_1 E / ((a_1 + a_2)(R_1 + R_2))$.

Решение

Поскольку шары первоначально не заряжены и заряд цепи и соединительных проводников равен нулю, суммарный заряд, накопившийся на шарах, равен нулю:

$$Q_1 + Q_2 = 0. \quad (1)$$

Из закона Ома для полной цепи находится падение напряжения U_1 на сопротивлении R_1 :

$$U_1 = ER_1 / (R_1 + R_2).$$

Разность потенциалов шаров равна напряжению U_1 :

$$Q_1 / (4\pi\epsilon_0 a_1) - Q_2 / (4\pi\epsilon_0 a_2) = U_1 = ER_1 / (R_1 + R_2). \quad (2)$$

Из системы уравнений (1) и (2) найдем заряды Q_1 и Q_2 :

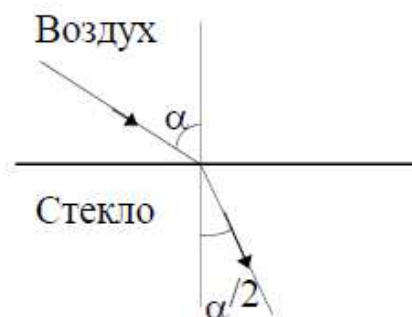
$$Q_1 = -Q_2 = 4\pi\epsilon_0 a_1 a_2 R_1 E / ((a_1 + a_2)(R_1 + R_2)).$$

Задача 6 (оптика-закон преломления)

Под каким углом α должен падать световой луч из воздуха на поверхность стекла, чтобы угол преломления был в два раза меньше угла падения? Абсолютный показатель преломления воздуха считать равным 1, абсолютный показатель преломления стекла $n_{СТ} = 1,6$.

Ответ: $\alpha = 2 \arccos(n_{СТ} / 2) \approx 74^\circ$.

Решение



На рисунке изображен ход луча из воздуха в стекло.

Из закона преломления следует:

$$n_B \sin \alpha = n_{СТ} \sin(\alpha / 2),$$

или, с учетом $n_B = 1,0$,:

$$\sin \alpha = n_{СТ} \sin(\alpha / 2).$$

Преобразуя это равенство, найдем α :

$$2 \sin(\alpha / 2) \cos(\alpha / 2) = n_{СТ} \sin(\alpha / 2),$$

$$\cos(\alpha / 2) = n_{СТ} / 2,$$

$$\alpha = 2 \arccos(n_{СТ} / 2) = 2 \arccos 0,8 \approx 74^\circ.$$

Задача 7 (уравнение теплового баланса)

Под колоколом воздушного насоса находится вода, масса которой $m_1 = 40$ г, а температура $t = 0^\circ$ С. Воздух из-под колокола быстро откачивают. Благодаря интенсивному испарению части жидкости вся оставшаяся вода замерзает. Определить массу m образовавшегося льда, если его температура также $t = 0^\circ$ С. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельная

<http://v-olymp.ru/>

теплота испарения воды $r = 2300$ кДж/кг.

Ответ: $m = rm_1/(\lambda + r) \approx 0,035$ кг.

Решение

Теплота λm , выделившаяся при замерзании воды массой m , идет на испарение воды массой $m_1 - m$. Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$\lambda m = r(m_1 - m).$$

Отсюда найдем массу льда m , образовавшегося в результате быстрого испарения воды:

$$m = rm_1 / (\lambda + r) \approx 0,035 \text{ кг.}$$